2. ប្រូបាបដែលចំនួនសៀវភៅគីមីផងគណិតនិងរូបវិទ្យាក្នុងប្រអប់ទីមួយមិនប្រែប្រួល

តាង A ជាប្រូបាបដែលចំនួនសៀវភៅគីមីផងគណិត និងរូបវិទ្យាក្នុងប្រអប់ទីមួយមិនប្រែប្រួល ដើម្បីអោយចំនួនសៀវភៅគីមីផងគណិត និងរូបវិទ្យាទៅក្នុងប្រអប់ទីមួយមិនប្រែប្រួល លុះត្រាតែចាប់សៀវភៅគីមីផងគណិត ១ ពីប្រអប់ទី១ ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ទី២ និងចាប់សៀវភៅគីមីផងគណិត ១ ពីប្រអប់ទី២ ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ទី១វិញ ឬ ចាប់សៀវភៅរូបវិទ្យា ១ ពីប្រអប់ទី១ ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ទី២ និងចាប់សៀវភៅរូបវិទ្យា ១ ពីប្រអប់ទី២ ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ទី១វិញ

គេបាន $P(A) = \frac{C(3;1)}{C(7;1)} \times \frac{C(6;1)}{C(9;1)} + \frac{C(4;1)}{C(7;1)} \times \frac{C(4;1)}{C(9;1)}$

$$P(A) = \frac{3}{7} \times \frac{6}{9} + \frac{4}{7} \times \frac{4}{9} = \frac{34}{63}$$

ដូចនេះ $\boxed{P(A) = \frac{34}{63} = 0,54}$

(II) 1. សមីការទម្រង់ស្តង់ដា

ដោយ $A(1;-2) = (h;k) \Rightarrow h = 1$ និង $k = -2$

កំណុំ $F_1(1-\sqrt{5};-2) = (h-c;k)$

$F_2(1+\sqrt{5};-2) = (h+c;k)$ $\Big\} \Rightarrow c = \sqrt{5}$

ប្រវែងអ័ក្សធំ: $2a = 6 \Rightarrow a = 3$; $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2$

$b^2 = 9 - \sqrt{5}^2$, $b = 2$

សមីការទម្រង់ស្តង់ដា: $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

$$\frac{(x-1)^2}{3^2} + \frac{(y+2)^2}{2^2} = 1$$

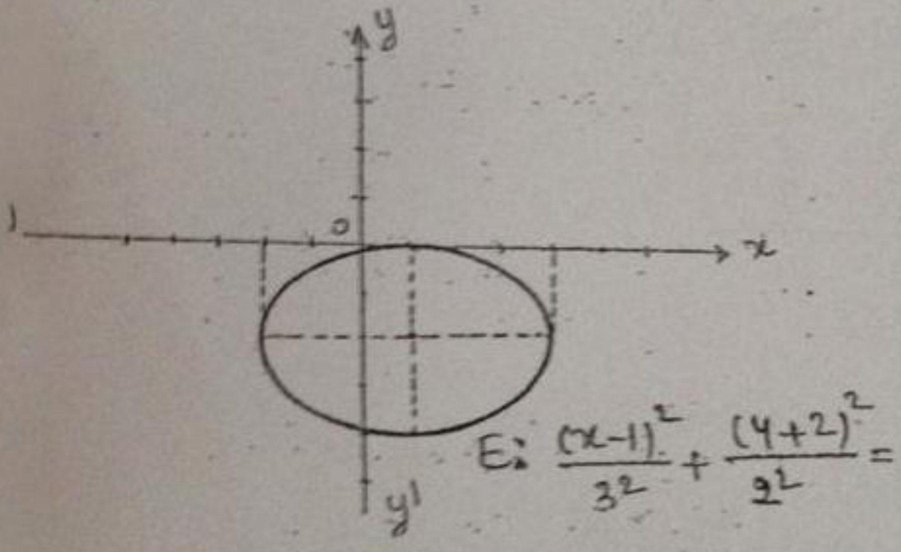
ដូចនេះ សមីការទម្រង់ស្តង់ដាគឺ $\frac{(x-1)^2}{3^2} + \frac{(y+2)^2}{2^2} = 1$

2. <u>គូសតម្រុយកំពូល ហើយសង់អេលីប E</u>

កំពូល $S_1(h-a; k) = (-2; -2)$

$S_2(h+a; k) = (4; -2)$

សង់អេលីប



(III) $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x-1}$; ចំពោះ: $x \neq 1$

1. រកចំនួនពិត a, b, c និង d

គេបាន $f(x) = ax^2 + bx + c + \dfrac{d}{x-1}$ ចំពោះ $x \neq 1$

$$= \frac{ax^2(x-1) + bx(x-1) + c(x-1) + d}{x-1}$$

$$= \frac{ax^3 - ax^2 + bx^2 - bx + cx - c + d}{x-1}$$

តែ $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x-1}$ ចំពោះ: $x \neq 1$.

គេបាន $\dfrac{ax^3 + (-a+b)x^2 + (-b+c)x + (d-c)}{x-1}$

$$= \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x-1} \; ; x \neq 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ -a + b = -2 \\ -b + c = 3 \\ d - c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 2 \\ d = 1 \end{cases}$$

ដូចនេះ: $\boxed{a = 1;\ b = -1;\ c = 2;\ d = 1}$

2). គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx$

គេបាន $f(x) = ax^2 + bx + c + \dfrac{d}{x-1}$ ចំពោះ $x \neq 1$.

ដោយ $a = 1$, $b = -1$; $c = 2$ និង $d = 1$. គេបាន

$f(x) = x^2 - x + 2 + \dfrac{1}{x-1} \Rightarrow \int_{-1}^{0} f(x)\,dx = \int_{-1}^{0} \left(x^2 - x + 2 + \dfrac{1}{x-1}\right) dx$

$$= \int_{-1}^{0} x^2 dx - \int_{-1}^{0} x dx + 2\int_{-1}^{0} dx + \int_{-1}^{0} \frac{dx}{x-1}$$

$$= \frac{1}{3}\left[x^3\right]_{-1}^{0} - \frac{1}{2}\left[x^2\right]_{-1}^{0} + 2\left[x\right]_{-1}^{0} + \left[\ln|x-1|\right]_{-1}^{0}$$

$$= \frac{1}{3}(0^3-(-1)^3) - \frac{1}{2}(0^2-(-1)^2) + 2(0-(-1)) + (\ln 1 - \ln 2)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 2 - \ln 2$$

$$= \frac{2+3+12}{6} - \ln 2$$

$$I = \frac{17}{6} - \ln 2$$

ដូចនេះ: $\boxed{I = \frac{17}{6} - \ln 2}$

(IV). 1). រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) $y''+4y=0$

តាង (E): $y''+4y=0$ មានសមីការសម្គាល់ $\lambda^2+4=0$

$\Rightarrow \lambda_1 = -2i$; $\lambda_2 = 2i$

ចម្លើយទូទៅនៃសមីការ $y = (A\cos\beta x + B\sin\beta x)e^{\alpha x}$; $A,B\in\mathbb{R}$

$y = (A\cos 2x + B\sin 2x)e^{0x}$; $A,B\in\mathbb{R}$.

$y = A\cos 2x + B\sin 2x$ ចំពោះ $A;B\in\mathbb{R}$.

ដូចនេះ: ចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលគឺ
$y = A\cos 2x + B\sin 2x$ ចំពោះ $A,B\in\mathbb{R}$

2). រកអនុគមន៍ $g(x)$ ដែលជាចម្លើយនៃ (E)

តាង $y = A\cos 2x + B\sin 2x$ ចំពោះ $A;B\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow g(x) = A\cos 2x + B\sin 2x$ ដែល $A; B \in \mathbb{R}$.

ដោយដឹងថា $g(\frac{\pi}{4}) = \frac{2}{3}$ គេបាន:

$A\cos 2.\frac{\pi}{4} + B\sin.\frac{\pi}{4} = \frac{2}{3}$

$A\cos \frac{\pi}{2} + B\sin \frac{\pi}{2} = \frac{2}{3}$

$B = \frac{2}{3}$

យកដេរីវេ $g(x) = A\cos 2x + B\sin 2x$

$\Rightarrow g'(x) = -2A\sin 2x + 2B\cos 2x$

ដោយដឹងថា $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$ គេបាន

$-2A\sin 2.\frac{\pi}{4} + 2B\cos 2.\frac{\pi}{4} = \frac{1}{3}$

$-2A\sin\frac{\pi}{2} + 2B\cos\frac{\pi}{2} = \frac{1}{3}$

$-2A = \frac{1}{3} \Longrightarrow A = -\frac{1}{6}$

ដូចនេះ $g(x) = A\cos 2x + B\sin 2x$

ចម្លើយ: **ដូចនេះ $g(x) = -\frac{1}{6}\cos 2x + \frac{2}{3}\sin 2x$** 3

(V). 1. <u>រកសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ (L)</u>

បន្ទាត់ (L) កាត់តាមចំណុច $A(-2;3;0)$ ហើយមានវ៉ិចទ័រ ប្រាប់ទិស $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (1;-2;-1)$.

សមីការឆ្លុះ កំណត់ដោយ $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$

$\Rightarrow \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-0}{-1} \Rightarrow \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{-1}$

ដូចនេះ **សមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់(L) សរសេរ $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z}{-1}$**

2) គេគណនាផលគុណនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n}=\vec{OA}\times\vec{u}$

គេបានចំណុច $A(-2;3;0)$
ចំណុច $O(0;0;0)$ $\longrightarrow \vec{OA}=(-2;3;0)$

វ៉ិចទ័រ $\vec{u}=\vec{i}-2\vec{j}-\vec{k}$ ឬ $\vec{u}=(1;-2;-1)$

$$\vec{n}=\vec{OA}\times\vec{u}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\-2&3&0\\1&-2&-1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}3&0\\-2&-1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}-2&0\\1&-1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}-2&3\\1&-2\end{vmatrix}\vec{k}$$

$\vec{n}=-3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$

ដូចនេះ **$\vec{n}=\vec{OA}\times\vec{u}=-3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$** ឬ $\vec{n}=(-3;-2;1)$

- គេសមីការប្លង់(P) កាត់តាម A ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}$

ប្លង់(P) កាត់តាម $A(-2;3;0)$ មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}=(-3;-2;1)$

គឺបានទម្រង់ $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$\Leftrightarrow -3(x+2)-2(y-3)+1(z-0)=0$

$\Leftrightarrow -3x-6-2y+6+z=0$

$\Leftrightarrow -3x-2y+z=0$

ដូចនេះ **សមីការប្លង់(P) សរសេរ $-3x-2y+z=0$**

3) គណនាចម្ងាយពីចំណុច $B(1;1;1)$ ទៅប្លង់(P)

តាង d ជាចម្ងាយពី B ទៅប្លង់ (P)

ចម្ងាយពី B ទៅប្លង់(P) គឺបានទម្រង់ $d=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

ដោយ ប្លង់ (P) មាន សមីការ $-3x-2y+z=0$ និង ចំណុច $B(1;1;1)$

គេបាន $d=\dfrac{|-3-2+1|}{\sqrt{(-3)^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{|-4|}{\sqrt{14}}=\dfrac{4\sqrt{14}}{14}=\dfrac{2\sqrt{14}}{7}$ ឯកតាប្រវែង

ដូចនេះ: $d=\dfrac{2\sqrt{14}}{7}$ ឯកតាប្រវែង

3). រកសមីការស្វ៊ែរ(S) ដែលផ្ចិត B ប៉ះ ប្លង់(P)

ស្វ៊ែរ (S) ប៉ះ ប្លង់(P) ដែលផ្ចិត B គេបាន ចំងាយពី ចំណុច B

ទៅប្លង់(P) ស្មើនឹងប្រវែងកាំស្វ៊ែរ

ស្វ៊ែរ (S) មានផ្ចិត $B(1;1;1)$ និង កាំ $R=d=\dfrac{2\sqrt{14}}{7}$ មានសមីការ

ក្នុងទំរង់ $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\left(\frac{2\sqrt{14}}{7}\right)^2=\frac{8}{7}$$

ដូចនេះ: ស្វ៊ែរ (S) មានសមីការ $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\dfrac{8}{7}$

(II). 1). គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ការរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C)

គេមាន $f(x)=e^x(-x^2+2x-1)$

$$\Rightarrow \lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^2+2x-1}{e^{-x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2(-1+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2})}{e^{-x}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{(-x)^2}{e^{-x}}\times\left(-1+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)=0\times(-1)=0.$$

ដូចនេះ: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$

4

ម្យ៉ាងទៀត $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}e^x(-x^2+2x-1)$

$$=\lim_{x\to+\infty}(-x^2)e^x\left(1-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)=\lim_{x\to+\infty}(-x^2)e^x=-\infty$$

ដូចនេះ: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$

(3)

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C)

ដោយ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0 \Rightarrow$ បន្ទាត់ $y=0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប

ដូចនេះ: **បន្ទាត់ $y=0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C)**

1. គណនាដេរីវេនៃ $f'(x)$

ដោយ $f(x)=e^x(-x^2+2x-1)$

$$f'(x)=(e^x)'(-x^2+2x-1)+(-x^2+2x-1)'e^x$$
$$=e^x(-x^2+2x-1)+(-2x+2)e^x$$
$$=(-x^2+2x-1-2x+2)e^x=(1-x^2)e^x$$

ដូចនេះ: **$f'(x)=(1-x^2)e^x$**

- សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$

ដោយ $f'(x)=(1-x^2)e^x$

ដោយ $e^x>0$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R} \Rightarrow f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $1-x^2$

បើ $f'(x)=0 \Rightarrow (1-x^2)e^x=0 \Rightarrow 1-x^2=0 \Rightarrow x=\pm1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

តាមតារាងខាងលើ

$f'(x)<0$ ចំពោះ $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

$f'(x)>0$ ចំពោះ $x\in(-1;1)$

$f'(x)=0$ ចំពោះ $x\in\{-1;1\}$

- តម្លៃបរមាធៀបនៃ f

បើ: $x=-1 \Rightarrow y=f(-1)=-\frac{4}{e}=-1,48$

$x=1 \Rightarrow y=f(1)=0$

តម្លៃបរមាធៀបនៃ f

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{4}{e}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

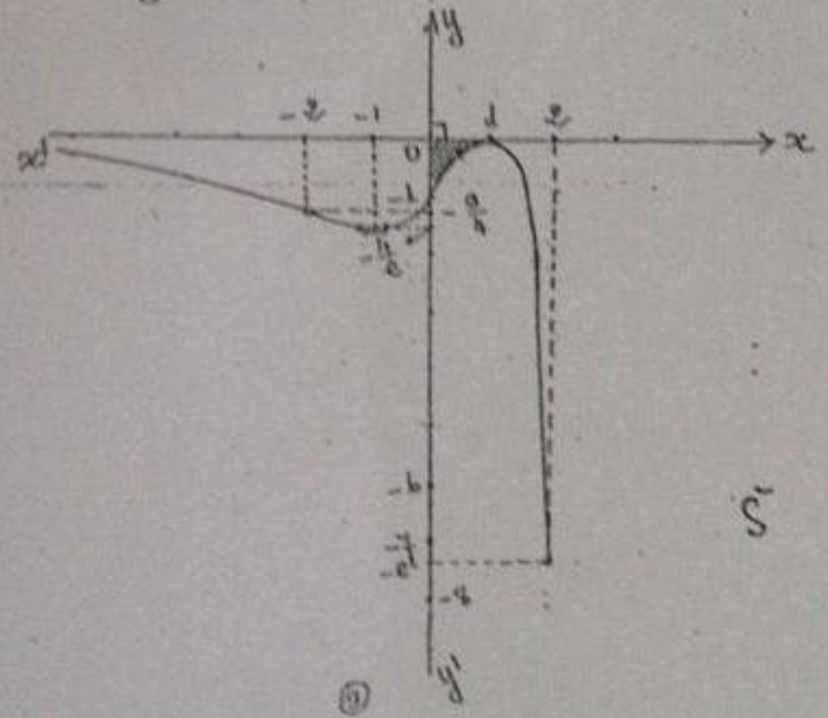
3). គណនា $f(-2)$; $f(0)$; $f(2)$

យើងមាន $f(x) = e^{x}(-x^2+2x-1)$

ចំពោះ $x=-2 \Rightarrow f(-2) = e^{-2}(-4-4-1) = -\frac{9}{e^2} \approx -1,17$

ចំពោះ $x = 0 \Rightarrow f(0) = e^{0}(-0^2+2\cdot0-1) = -1$

ចំពោះ $x = 2 \Rightarrow f(2) = e^{2}(-4+4-1) = -e^2 \approx -7,4$

ដូចនេះ: $f(-2) = -\frac{9}{e^2}$; $f(0) = -1$; $f(2) = -e^2$

- សង់ក្រាប (c)